Examen de Traitement d'images

ENSEEIHT 2EN, Modap TSI

30 mars 2015

◇ *Tous les documents ainsi que la calculatrice sont interdits*
◇ Durée : une heure
◇ Les trois exercices sont indépendants, le barème est indicatif
◇ For non-French speakers : you can answer in English, and feel free to ask for help if you do not understand the questions

Exercice 1 – *Questions de cours (7.5 points)*

1. Que pouvez-vous dire sur le masque de convolution suivant ? (4 lignes max)

$$h = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Présenter les principales étapes de la compression JPEG (5 lignes max)
3. Qu'est-ce que les k-moyennes ? Quelle est leur utilisation en traitement d'images ? Avec quelle(s) limitation(s) ? (5 lignes max)
4. Expliquer le phénomène de repliement de spectre en 2D (avec des formules ou bien des dessins). Comment peut-on l'éviter ?
5. Qu'est-ce que l'effet de Gibbs ? Donner un exemple concret de situation où on peut le rencontrer, ainsi qu'un moyen de l'éviter (5 lignes max)

Exercice 2 – *Algorithmes de TI (6 points)* Expliquer précisément le rôle de chacun des trois programmes Matlab ci-dessous, en commentant les différentes étapes (5 lignes max par programme). Dans tous les cas, I et J désignent des images en niveaux de gris.

1.
```
function J = mystere1(I)
    h = hist(I(:),0:255);
    hn = 255*cumsum(h)/numel(I);
    J = hn(I);
end
```

2.
```
function J = mystere2(I)
    h = [1 2 1;0 0 0; -1 -2 -1];
    I1 = imfilter(I,h);
    I2 = imfilter(I,h');
    J = abs(I1.^2 + I2.^2);
end
```

3.
```
function J = mystere3(I)
    [n, m] = size(I);
    J = zeros(3*n,3*m);
    J(n+1:2*n,m+1:2*m) = fftshift(fft2(I));
    J = ifft2(fftshift(J));
end
```

Exercice 3 – *Filtres de Gabor (7 points)* Le filtre de Gabor est défini dans le domaine continu par la réponse impulsionnelle suivante :

$$h_{\sigma,x_0,\xi_0}(x) = e^{\frac{-\|x-x_0\|^2}{2\sigma^2}} e^{i\xi_0\cdot x}, \tag{1}$$

qui dépend des trois paramètres $\sigma \in \mathbb{R}$, $x_0 \in \mathbb{R}^2$ et $\xi_0 \in \mathbb{R}^2$.

On rappelle que :

- ⋄ La norme euclidienne de $x = (x_1, x_2)$ est notée $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$
- ⋄ La transformée de Fourier de $x \mapsto e^{-\|x\|^2}$ est $\xi \mapsto \pi e^{-\|\xi\|^2/4}$
- ⋄ La transformée de Fourier de $x \mapsto f(x)e^{ik\cdot x}$ est $\xi \mapsto \hat{f}(\xi - k)$

1. Donner la représentation 2D de $|h_{\sigma,x_0,\xi_0}(x_1, x_2)|$, par exemple en dessinant quelques lignes de niveau. Où l'énergie est-elle localisée ?
2. Montrer que la fonction de transfert de ce filtre s'écrit

$$\hat{h}_{\sigma,x_0,\xi_0}(\xi) = Ce^{-\frac{\sigma^2}{2}\|\xi-\xi_0\|^2} e^{-ix_0\cdot(\xi-\xi_0)}, \tag{2}$$

   où C est une constante que l'on calculera.
3. Représenter $|\hat{h}_{\sigma,x_0,\xi_0}(x_1, x_2)|$ dans l'espace de Fourier. Où l'énergie est-elle localisée ?
4. Comment évoluent h et $\hat{h}$ lorsque σ augmente ?
5. Quel est l'avantage de ce type de filtre par rapport à un simple filtre passe-bande, de fonction de transfert

$$\hat{g}_{\sigma,\xi_0}(\xi) = e^{-\frac{\sigma^2}{2}\|\xi-\xi_0\|^2} \tag{3}$$