Examen de Traitement d'images

ENSEEIHT 2EN, Modap TSI, session 1

19 mai 2016

◇ Les documents ditribués en cours et les notes manuscrites sont autorisés. *Tous les autres documents ainsi que la calculatrice (et le portable) sont interdits*
◇ Durée : une heure et 45 minutes
◇ Les exercices sont indépendants, le barème est indicatif
◇ For non-French speakers : you can answer in English, and feel free to ask for help if you do not understand the questions

Exercice 1 – ***Questions de cours (6 points)***

1. Que pouvez-vous dire sur le masque de convolution suivant ? (4 lignes max)

$$h = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Qu'est-ce que la segmentation basée région ? Citer un algorithme qui effectue une telle segmentation. (4 lignes max)
3. À quoi sert l'interpolation dans les calculs de transformations géométriques (exemple : la rotation d'une image) ? (4 lignes max)
4. Quel est l'intérêt de la représentation couleur dans l'espace HSV par rapport à l'espace RGB ? (4 lignes max)
5. Donner la définition du filtre de Wiener utilisé pour déconvoluer une image. Préciser en quel sens il est optimal, et sous quelles hypothèses (8 lignes max)

Exercice 2 – ***Le TI en Matlab (5 points)***

1. Expliquer précisément le rôle de chacun des trois programmes Matlab ci-dessous, en commentant les différentes étapes (5 lignes max par programme). Dans tous les cas, I désigne une image de type **double**, en niveaux de gris.

(a)
```
function J = mystere1(I)
    [seuils, q] = multithresh(I,3);
    J = imquantize(f,seuils);
    figure();imshow(J,[]);colormap('jet');
end
```

(b)

```
function mystere2(I)
    n = size(I,1);
    t = linspace(-pi,pi,n);
    h = (cos(t)+1)/2;
    h = h'*h;
    f = (I.*h);
    J = log(1+abs(fftshift(fft2(f))));
    figure();imshow(J,[]);
end
```

(c)

```
function J = mystere3(I)
    h = [1 2 1;0 0 0; -1 -2 -1]/4;
    G1 = imfilter(I,h);
    G2 = imfilter(I,h');
    G = sqrt(G1.^2 + G2.^2);
    J = G>50;
end
```

2. On considère les deux implémentations suivantes du même algorithme. Laquelle est la plus rapide ? Pourquoi ? On comparera le nombre d'opérations effectuées dans chacun des cas.

```
function J = binarize1(I,seuil)
    [M N] = size(I);
    J = zeros(M,N);
    for m=1:M
      for n=1:N
        if I(m,n)>seuil
          J(m,n) = 1;
        else
          J(m,n) = 0;
        end
      end
    end
end
```

```
function J = binarize2(I,seuil)
  [M N] = size(I);
  J = zeros(M,N);
  J(I>seuil) = 1;
end
```

Exercice 3 – *Détection de coins* (6.5 points)

On considère une image continue, $I : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. La matrice Hessienne est la dérivée de I à l'ordre 2 :

$$H(x,y) = \begin{pmatrix} I_{xx}(x,y) & I_{xy}(x,y) \\ I_{yx}(x,y) & I_{yy}(x,y) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

I_{xx} désignant la dérivée seconde de I par rapport à la variable x. Les valeurs propres de H et leurs vecteurs propres associés définissent localement les directions de variations principales de la fonction $I(x,y)$, c'est-à-dire les courbures principales de I au point (x,y).

Rappels :

◇ Si I est de classe $\mathcal{C}^2$, $I_{xy} = I_{yx}$
◇ Le déterminant d'une matrice vaut

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc. \tag{2}$$

◇ Le déterminant est invariant par changement de base orthonormée. On en déduit que le déterminant vaut le produit des valeurs propres.

1. Donner les valeurs typiques des valeurs propres de H dans une zone homogène, sur d'un contour, et sur un coin.
2. On propose de détecter les coins en seuillant le critère $C(x, y) = |det(H(x, y))|$. Expliquer rapidement comment mettre en oeuvre ce détecteur.
3. Est-ce que ce détecteur est invariant par rotations (autrement dit, permet-il de détecter les coins dans toutes les orientations) ?
4. On considère une variation affine d'illumination : $I'(x, y) = aI(x, y) + b$. Exprimer H' et C' en fonction de H et C. Est-ce que le détecteur est invariant par changement affine d'illumination ?
5. Implémentation : en pratique, on préfère filtrer l'image avec un filtre Gaussien de variance σ avant de calculer la Hessienne. Expliquer comment on peut alors calculer cette Hessienne sans utiliser d'approximations différences finies. Donner les formules pour ce calcul, sachant qu'on considère un noyau gaussien

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}. \tag{3}$$

Exercice 4 – ***Filtre triangulaire*** (5 points)

1. Calculer la transformée de Fourier 2D de la fonction suivante :

$$f(x_1, x_2) = (1 - |x_1|)(1 - |x_2|)\mathbb{1}_{(x_1,x_2)\in[0,1]^2}. \tag{4}$$

   Indication : on pourra considérer le cas 1D, et simplifier le calcul en remarquant que la convolution d'une fonction porte avec elle-même donne une fonction triangle.
2. Donner le masque de convolution de taille 3x3 qui correspond à cette réponse impulsionnelle. Est-ce un filtre passe-haut, passe-bas, passe-bande ? On normalisera ce masque de manière à ne pas faire varier l'intensité moyenne de l'image lors du filtrage.
3. Expliquer l'intérêt d'utiliser un tel filtre plutot qu'un filtre uniforme, défini par

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

   On justifiera précisément en utilisant les formes des fonctions de transfert correspondantes.