Examen – Traitement d'image

ENSEEIHT, Modap TSI

5 mai 2017

- ◇ Les documents distribués en cours et les notes manuscrites sont autorisés. *Tous les autres documents ainsi que la calculatrice (et le portable) sont interdits*
- ◇ Durée : une heure et 45 minutes
- ◇ Les exercices sont indépendants, le barème est indicatif
- ◇ For non-French speakers : you can answer in English, and feel free to ask for help if you do not understand the questions

Exercice 1 – *Cours (6 points)*

1. Quel est ce masque de convolution, à quoi sert-il ?

$$h = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Expliquer brièvement ce qu'est une image couleur RGB, et comment elle est acquise.
3. Si l'on souhaite réduire la résolution d'une image d'un facteur 4, quelle opération doit-on effectuer avant le sous-échantillonnage ? Pourquoi ?
4. Qu'est-ce que l'algorithme des k-moyennes ? Quels sont ses principaux défauts ?
5. Expliquer pourquoi le filtrage inverse n'est pas une bonne méthode pour déconvoluer une image.

Exercice 2 – *Le TI en Matlab (5 points)*

1. Expliquer précisément le fonctionnement du programme Matlab ci-dessous, en commentant chaque étape. I désigne une image de type **double**, en niveaux de gris.

```
function fonction1(I)
  h_width = 11;
  x = ones(h_width,1)*linspace(-1,1,h_width);
  y = x';
  r2 = x.^2 + y.^2;
  sigma2 = 0.1;
  h = 1/pi/sigma2^2 * (1-r2/2/sigma2) .* exp(-r2/2/sigma2);
  Ifilt = imfilter(I,h,'symmetric');
  figure();imshow(uint8(I));
  hold on;contour(Ifilt,[0 0]);
end
```

2. Chacun des deux programmes ci-dessous contient une erreur : trouvez-la, et proposez une correction. I est toujours une image en niveaux de gris, de type double.

(a)
```
Ifft = fftshift(fft2(I)); % TFD de I
figure(); imshow(log(1+abs(Ifft))); % Spectre en échelle log
```

(b)
```
Ifft = fft2(I); % TFD de I, supposée carrée
N = size(I,1); % taille de I
r = 45; Jfft = zeros(N,N);
Jfft(N/2-r+1:N/2+r,N/2-r+1:N/2+r) = Ifft(N/2-r+1:N/2+r,N/2-r+1:N/2+r); % sélection coefficients basse-fréquence
J = real(ifft2(Jfft)); % Image I après filtrage passe-bas idéal
figure();imshow(uint8(J)); % Affichage
```

Exercice 3 – ***Interpolation d'une image*** (6 points)

On souhaite agrandir une image d'un facteur 2 dans chaque dimension. On propose pour cela l'algorithme suivant :

- Calcul de la TFD (Transformée de Fourier Discrète) de l'image par FFT
- "Zero-padding", c'est-à-dire insertion de zéros sur les hautes fréquences pour atteindre le nombre de coefficients souhaité
- TFD inverse

1. Réécrire mathématiquement l'étape 2 dans le domaine spatial. On pourra utiliser une formulation discrète ou bien une modélisation continue, en notant par exemple f_1 et f_2 les images avant et après interpolation, et en écrivant $\hat{f}_2 = \mathbb{1}_{[-B,B]^2}\hat{f}_1$, B étant une constante positive à préciser.
2. Quel est le principal défaut de cette interpolation, par rapport à une interpolation spline (c'est-à-dire polynomiale par morceaux) ?
3. Donner la complexité algorithmique d'un tel algorithme.

Exercice 4 – ***Convolution circulaire*** (5 points)

On considère deux images de taille N par N notées $f[n,m]_{n,m=0\cdots N-1}$ et $g[n,m]_{n,m=0\cdots N-1}$. Le but de cet exercice est de démontrer la propriété du cours suivante : la convolution circulaire entre f et g devient un produit dans le domaine de Fourier. On a donc $\forall u,v = 0\cdots N-1$:

$$\widehat{f \star g}[u,v] = \hat{f}[u,v]\hat{g}[u,v].$$

On rappelle que la convolution circulaire est la convolution avec conditions aux bords périodiques, qui s'écrit :

$$f \star g[n,m] = \sum_{p=0}^{N-1}\sum_{q=0}^{N-1} f[p,q]g[(n-p)[N],(m-q)[N]]$$

où $a[N]$ signifie a modulo N, c'est-à-dire le reste de la division euclidienne de a par N (exemple : $(N+3)[N] = 3$).

1. Démontrer cette propriété dans le cas de la dimension 1 (f et g sont deux signaux de taille N).
2. Généraliser au cas de deux images.
3. Dans quel domaine est-il préférable de réaliser le calcul ?